**TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**

**KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH**



**BÀI TẬP MÔN**

**PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN**

HOMEWORK #02: PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN ĐỆ QUY

GV hướng dẫn: Huỳnh Thị Thanh Thương

Nhóm thực hiện:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Lê Ngọc Mỹ Trang | 20520817 |
| 2 | Lê Nhật Minh | 20521601 |
| 3 | Vương Vĩnh Thuận | 20521997 |

TP.HCM, ngày 28 tháng 9 năm 2022

**MỤC LỤC**

[Bài 1: Thành lập phương trình đệ quy 1](#_Toc116595164)

[Bài 2: Giải các phương trình đệ quy sau bằng phương pháp truy hồi 5](#_Toc116595165)

[Bài 3: Giải các phương trình đệ quy sau bằng phương pháp truy hồi 10](#_Toc116595166)

[Bài 4: Giải phương trình đệ quy sau dùng phương trình đặc trưng 14](#_Toc116595167)

[Bài 5: Giải phương trình đệ quy sau đây dùng phương pháp hàm sinh 16](#_Toc116595168)

[Bài 6: Giải phương trình đệ quy dùng phương pháp đoán nghiệm 20](#_Toc116595169)

[Bài 7: Giải phương trình đệ quy dùng phương pháp đoán nghiệm 22](#_Toc116595170)

# Bài 1: Thành lập phương trình đệ quy

**a.**

Gửi ngân hàng 1000 USD, lãi suất 12%/năm. Số tiền có được sau 30 năm là bao nhiêu?

Gọi T(n) là số tiền có được sau n năm (đơn vị: USD)

Ta có:

……

Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:

Số tiền có được sau 30 năm:

**b.**

|  |
| --- |
| long Fibo(int n)  {  if return 1;  return ;  } |

**c.**

|  |
| --- |
| public int g(int n) {  if return 2;  else  Return 3 \* g(n/2) + g(n/2) + 5;  } |

**d.**

|  |
| --- |
| long xn(int n)  {  if (n==0) return 1;  long s=0;  for(int i=1; i<=n;i++)  s=s+i\*i\*xn(n-i);  return s;  } |

Ta thấy tổng các chi phí khác không tính lời gọi đệ quy là phương trình bậc 1 theo n

=> viết gọn thành

**e.**

|  |
| --- |
| waste(n)  {  if (n == 0) return 0;  for (i = 1 to n)  for (j = 1 to i)  print i,j,n;  for (i = 1 to 3)  waste(n/2);  } |

Ta thấy tổng các chi phí khác không tính lời gọi đệ quy là phương trình bậc 2 theo n

=> viết gọn thành

**f.**

|  |
| --- |
| Draw(n)  {  if (n < 1)  return 0;  for (i = 1; i <= n; i++)  for (j = 1; j <= n; j++)  print("\*");  Draw(n - 3);  } |

Ta thấy tổng các chi phí khác không tính lời gọi đệ quy là phương trình bậc 2 theo n

=> viết gọn thành

**g.**

Gọi T(n) là số phép cộng cần thực hiện khi gọi Zeta(k). Hãy thiết lập công thức truy hồi cho T(n)

Cho hàm:

|  |
| --- |
| Zeta(n)  {  if (n == 0)  Zeta = 6;  else  {  k = 0;  Ret = 0;  while (k <= n-1)  {  Ret = Ret + Zeta(k);  k = k + 1;  }  Zeta = Ret;  }  } |

**h.**

Text, letter

Description automatically generated

|  |  |
| --- | --- |
| void Trans(int m, char A, char C, char B)  {  If return;  Else:  {  Trans(n-1,A,B,C);  Print(“trans”,n,“from”,A,“to”.C);  Trans(n-1,B,C,A);  }  } | # n là số đĩa, A là cột nguồn, C là cột đích và B là cột trung gian |

# Bài 2: Giải các phương trình đệ quy sau bằng phương pháp truy hồi



Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



Quá trình dừng lại khi

Khi đó



Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



……

Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



Quá trình dừng lại khi

Khi đó:



Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:

# Bài 3: Giải các phương trình đệ quy sau bằng phương pháp truy hồi



Quá trình dừng lại khi .

Khi đó:



……

Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:



……

Quá trình sẽ dừng lại khi:

Khi đó:

# Bài 4: Giải phương trình đệ quy sau dùng phương trình đặc trưng

1. với

Phương trình đặc trưng của phương trình (1) là:

Giải phương trình trên ta được 2 nghiệm đơn là:

Khi đó:

Thay:

Kết luận:

1. với

Đặt

Giải phương trình đặc trưng của phương trình , ta có 1 nghiệm kép và 1 nghiệm đơn

Ta có:

Thay:

Kết luận:

1. với

Xét phương trình:

Đặt

Ta có:

Phương trình đặc trưng:

Có 2 nghiệm đơn và

Ta có:

Giải hệ phương trình ta có

Kết luận:

# Bài 5: Giải phương trình đệ quy sau đây dùng phương pháp hàm sinh

Hàm sinh của dãy vô hạn có dạng:

Trong đó:

Thay vào f(x), ta có:

Vậy

1. **với**

Hàm sinh của dãy vô hạn có dạng:

Xét

Thế vào (\*)

Mà

Nên:

1. **với**

Trong đó:

Đạo hàm 2 vế ta có

Thay vào f(x):

Vậy:

# Bài 6: Giải phương trình đệ quy dùng phương pháp đoán nghiệm

Đoán nghiệm:

B1: Với n=1, T(1)=c1 và f(1)=a

Để thì chọn

B2: Giả sử

B3: CM

* Áp dụng giả thiết quy nạp với k=n/2<n (n>1)
* Ta có

Nếu thì:

Giải hệ (\*\*)

Xét:

: (\*\*) trở thành

B4: Chọn thỏa (\*\*)

Ta có:

B5: Thay n=1 vào f(n) ta có

Vậy đoán nghiệm thành công

B1:

B2:

B3:

Cần chứng minh:

B1: CMR

Nếu chọn a và b sao cho: ta có điều cần chứng minh

B2: Giả sử

B3: CMR

Nếu chọn b sao cho: ta có điều cần chứng minh

B4:

Giả sử chọn thay vào điều kiện, ta có:

Kết luận: chọn

Ta có:

B5:

Thay vào , ta có:

Vậy lần đoán nghiệm thứ 3 với thành công

# Bài 7: Giải phương trình đệ quy dùng phương pháp đoán nghiệm

với

Đoán nghiệm:

Cần chứng minh:

B1: CMR

Nếu chọn a và b sao cho: ta có điều cần chứng minh

B2: Giả thiết quy nạp:

Giả sử

B3: CMR

Nếu chọn a, b sao cho: ta có điều cần chứng minh

B4:

Điều kiện xảy ra khi hoặc

Ta thấy tương đương

Vì n dương nên để cho thì nên chọn

Giả sử chọn thay vào điều kiện, ta có:

Kết luận: chọn

Ta có: